APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS IN PHILOLOGY AND LINGUISTICS

© 2019 Vahromova Irina Alexeevna
Student
Samara State University of Economics
E-mail: bagira_1500@mail.ru

This article recognizes and deduces a certain relationship between mathematical analysis and literary criticism, as well as analyzes the works of famous writers, which once again proves the importance of mathematical research in fiction the state of the country's economy, its economic growth and development prospects.

Keywords: methods of mathematical statistics, mathematical logic in literature, Linguistics and game theory in the literature.

УДК 51-77
Код РИНЦ 06.00.00

ПРИМЕНЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В ЭКОНОМИКЕ

© 2019 Кузнецова Виктория Александровна*
студент
Самарский государственный экономический университет
E-mail: vikulya-kuznetsova-2000@inbox.ru

В данной статье рассматривается важность определенного интеграла в построении экономических задач для исследования и моделирования процессов в экономике, а именно излишков потребителя и производителя.

Ключевые слова: интегральное исчисление, определенный интеграл, потребительские излишки, излишки производителя, равновесная цена, спрос, предложение.

Интегральное исчисление открывает огромные возможности для моделирования и исследования процессов экономики[1]. Интегральное исчисление в экономике используют для прогнозирования материальных затрат, нахождения потребительского излишка, определения объема выпуска продукции, определения экономической эффективности капитальных вложений (задача дисконтирования) и так далее[4].

---

* Научный руководитель - **Уфимцева Людмила Ивановна,** кандидат физико-математических наук, доцент.

Предлагаю рассмотреть приложения определенного интеграла для определения потребительского излишка.

Для начала выявим определение интеграла. Определенным интегралом $y = f(x)$ на [a, b] называют последовательности интегральных сумм при $n \to \infty$ и $\Delta xi \to \infty$. Если этот предел существует и не зависит от разбиения отрезка [a,b] на частичные и от выбора точки ε_i.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\varepsilon_i)\Delta\, x_i$$

Также определенный интеграл $y = f(x)$ на [a, b] равен приращению ее первообразной:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Прежде чем приступить к рассмотрению конкретных примеров введем несколько экономических обозначений и понятий.

Одной из наиболее фундаментальных экономических моделей является закон спроса и предложения на определенный продукт (молоко, хлеб, топливо и т.д.) или услугу (транспорт, здравоохранение, образование и т.д.) в условиях свободного рынка. В этой модели количество определенного товара, произведенного и проданного, описывается двумя кривыми, называемыми кривыми спроса и предложения товара.

Функция предложения или кривая предложения показывает количество товара, которое производители будут поставлять по любой цене. Функция спроса или кривая спроса показывает количество, которое потребители будут требовать по любой заданной цене.

Обозначим цену за единицу через p, а количество, поставляемое или требуемое по этой цене, через q. Как и в экономической теории, будем писать p как функцию от q. Таким образом, кривая предложения будет обозначаться формулой

$$p = S(q)$$

и представлена графиком, где оси x и y соответствуют значениям q и p соответственно. Точно так же мы будем использовать

$$p = D(q)$$

для обозначения кривой спроса.

Следовало предположить, что функция предложения S увеличивающаяся - чем выше цена, тем больше производители будут поставлять. Функция спроса D уменьшающаяся - чем выше цена, тем меньше покупатели будут покупать.

Точка пересечения (q_e, p_e)кривых спроса и предложения называется точкой рыночного равновесия. Числа q_e и p_e называются равновесным количеством и равновесной ценой соответственно.

Экономическое значение рыночного равновесия заключается в следующем: рассмотрим пример с хлебом. Пока $p < p_e$, спрос на хлеб превышает его предложение, подталкивая цену вверх, пока она не достигнет равновесной цены p_e. В этот момент поставляемая величина равна требуемой величине, которая является равновесной величиной. И наоборот, если цена превышает равновесие, предложение хлеба превышает спрос, что приводит к снижению цены.

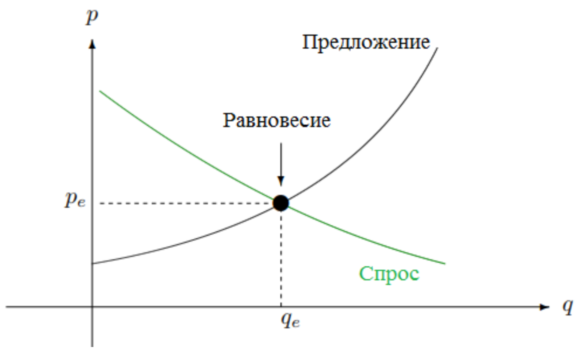

Рис. 1. **График спроса и предложения**

На идеальном свободном рынке потребители и производители выигрывают, покупая и продавая по равновесной цене. В принципе, это легко понять, но наша цель - точно рассчитать, сколько потребители получают, покупая по равновесной цене, а не по более высокой цене.

Сначала мы вычисляем общую сумму, потраченную потребителями, если все покупают по равновесной цене p_e. В этом случае q_e единицы поставляются и покупаются, и общая сумма затрат равна количеству единиц, купленных, умноженных на цену за единицу, то есть:

(1) общая сумма, потраченная по равновесной цене = $p_e \ast q_e$

Далее, посчитаем общую сумму, которая была бы потрачена, если бы каждый потребитель платил максимальную цену, которую готов заплатить. Разделим интервал $[0, q_e]$ на n подинтервалов, каждый из которых имеет длину $\Delta x = \frac{q_e}{n}$ с конечными точками

$$x_0 = 0, x_1 = \frac{q_e}{n}, x_2 = \frac{2q_e}{n}, \dots, x_n = \frac{nq_e}{n} = q_e$$

Рассмотрим первый интервал [0, x_1], т. е. предположим, что были доступны только единицы x_1. Тогда цена продажи за единицу могла быть установлена в D (x_1) рублей и x_1 проданных единицах. Конечно, по этой цене было бы невозможно продать больше. Таким образом, общие расходы на покупку этих первых x_1 единиц товара (цена за единицу) × (количество единиц)= D$(x_1)\Delta x$ рублей.

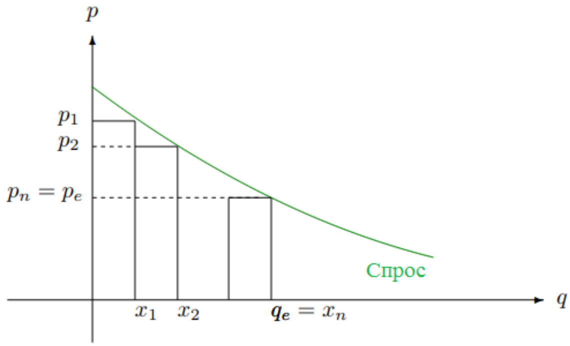

Рис. 2. **График снижения спроса на товар**

Предположим, что после продажи первых единиц x_1 появилось больше единиц, и теперь было произведено всего x_2 единицы. Устанавливая цену в D(x_2), остальные $x_2 - x_1 = \Delta x$ единиц можно продавать, получая D$(x_2)\Delta x$ рублей. Обратим внимание, что каждая группа покупателей платила за товар столько, сколько они готовы были заплатить. Продолжая этот процесс ценовой дискриминации, общая сумма денег, выплачиваемая потребителями, желающими заплатить по крайней мере p_e, приблизительно равна

$$(2) D(x_1)\Delta x + D(x_2)\Delta x + \cdots + D(x_n)\Delta x$$

Сумма в (2) является суммой Римана для интеграла $\int_0^{q_e} D(q)dq$, и сумма становится ближе и ближе к интегралу с ростом n. В то же время, сумма дает более точную приблизительную цифру общих расходов. Таким образом, вывод:

(3) Общая сумма, заплаченная по максимальным ценам = $\int_0^{q_e} D(q)dq$

Величина в (3) - это площадь под кривой спроса от $q = 0$ до $q = q_e$. Как показано на рисунке, он больше, чем $p_e q_e$, то есть площадь прямоугольника с обеих сторон [0, q_e] и [0, p_e], и которая в соответствии с формулой (1) представляет собой общую сумму, потраченную потребителями на равновесную цену. Разница между этими двумя областями (3) - (1) представляет собой общую сумму, которую потребители экономят, покупая по равновесной цене[2].

$$(4)\ CS = \int_0^{q_e} D(q)dq - p_e\, q_e$$

Подобный анализ показывает, что производители также выигрывают, торгуя по равновесной цене. Их прибыль, называемая излишком производителя, определяется следующим образом

$$(5)\ PS = p_e q_e - \int_0^{q_e} S(q)dq$$

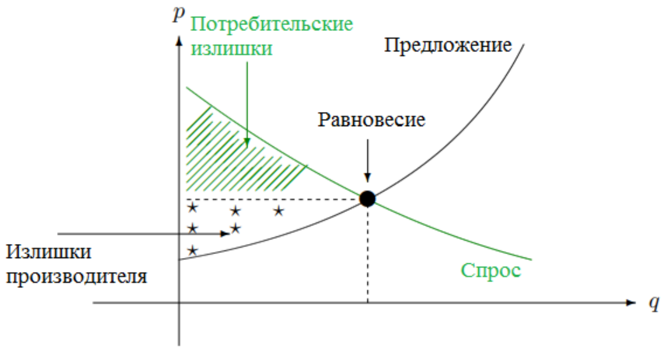

Рис. 3. **Излишки потребителя и производителя для этого продукта**

Далее рассмотрим пример определения излишка потребителя и производителя.

Для определенного товара кривая спроса:

$$p = D(q) = \frac{20}{q+1}$$

и кривая предложения:

$$p = S(q) = q + 2$$

Найдем равновесную цену и равновесное количество. Затем вычислим излишки потребителя и производителя.

Решение. Чтобы найти равновесную величину, приравняем D (q) = S (q), чтобы получить

$$\frac{20}{q+1} = q + 2$$

Далее получаем 20 = (q + 1) (q + 2), что упрощает выражение до $q^2 + 3q - 18 = 0$. Положительное решение дает равновесную величину q_e = 3, а равновесную цену p_e = 5.

Вычисляем излишки потребителя и производителя, используя формулы (4) и (5) выше:

$$CS = \int_0^{q_e} D(q)dq - p_e\, q_e$$
$$= \int_0^3 \frac{20}{q+1}dq - (5)(3)$$
$$= 20\ln(q+1)\Big|_0^3 - 15$$
$$= 20\ln 4 - 15$$

$$
\begin{aligned}
&\approx 12{,}73 \\
PS &= p_e q_e - \int_0^{q_e} S(q)dq \\
&= (5)(3) - \int_0^3 (q+2)dq \\
&= 15 - \left(\frac{q^2}{2} + 2q\right)\Big|_0^3 \\
&= 15 - \left(\frac{9}{2} + 6\right) = 4{,}50.
\end{aligned}
$$

Таким образом, рассмотренный выше пример практической задачи, дает нам ясное представление значимости определенного интеграла для их разрешимости. Также стоит сказать, что при применении интегрального метода должно соблюдаться условие непрерывной дифференцируемости функции, где в качестве аргумента берется какой-либо экономический показатель. Независимо от числа элементов, которые входят в модель, а также независимо от формы связи между этими элементами интегральное исчисление устанавливает общий подход к решению моделей различных видов. При его применении имеется возможность получения более обоснованных результатов исчисления влияния отдельных факторов, чем при использовании других методов[3].

---

[1] Применение интегрального исчисления в экономических исследованиях Шелухина А. В., Марченко К. П. международный студенческий научный вестник 2015 г., стр. 492-493

[2] Ситун А. Е., Определенный интеграл в экономических задача, учебное пособие, стр. 43-44

[3] Луканкин Г., Хоркина Н.Приложение определенного интеграла в экономике, Москва

[4] Уфимцева Л. И., Вологжанинов Д. Д., Оценка текущей стоимости фирмы в рискованных ситуациях // Электронный научный журнал. 2015. №2(2). С.671-674

APPLICATION OF A DEFINITE INTEGRAL IN THE ECONOMY

© 2019 Kuznetsova Victoria Alexandrovna
Student
Samara State University of Economics
E-mail: vikulya-kuznetsova-2000@inbox.ru

This article examines the importance of a certain integral in the construction of economic problems for the study and modeling of processes in the economy, namely the surplus of the consumer and the manufacturer.

Keywords: integral calculus, definite integral, consumer surplus, producer surplus, equilibrium price, demand, supply.