

of the dynamics of the index of volume of production is carried out. The forecast was made, adjusted based on expert estimates.

УДК 519.852  
Код РИНЦ 06.00.00

## ПРИМЕНЕНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ В ЭКОНОМИКЕ

© 2020 Уфимцева Людмила Ивановна  
кандидат физико-математических наук, доцент  
© 2020 Дорогинина Елена Валерьевна  
преподаватель  
Самарский государственный экономический университет  
E-mail: dor\_elena@inbox.ru

**Ключевые слова:** минимизация затрат, метод северо-западного угла, метод потенциалов, метод аппроксимации Фогеля.

Любое предприятие сталкивается с проблемой выбора наиболее экономически выгодного маршрута для перевозки груза. Для решения этой проблемы используется такой метод линейного программирования, как транспортные задачи.

К задачам линейного программирования относятся нахождение минимальных затрат на перевозки, закрепление операций за станками, распределение служащих по рабочим местам в зависимости от их производительностью. Модели этих задач одинаковы и относятся к задачам транспортного вида. Данные задачи можно решать симплексным и другими методами. Находится первоначальное неотрицательное базисное решение и используя различные методы улучшают это решение. Структура транспортной задачи позволяет значительно увеличить область применения, а также модифицировать вычислительные процедуры по ее решению.

Основная цель формулирования и решения транспортных задач - это разработка эффективных, с точки зрения минимизации затрат на перевозку продукции из нескольких пунктов отправления к месту назначения, способов транспортировки товаров. Другими словами, в качестве объекта моделирования выступают материальные, информационные, финансовые потоки в ходе производственной и коммерческой деятельности предприятий.

Транспортные задачи также имеют название задачи Монжа-Канторовича<sup>3</sup>. Это связано с историей возникновения данных задач. В конце 18 столетия французским математиком Г. Монжем впервые была сформулирована проблема, а в период с 1930 по 1940-е годы советским математиком Леонидом Канторовичем был разработан математический аппарат для ее решения.

Критериев, показывающих оптимальность решения транспортной задачи, достаточно много<sup>1</sup>. Ключевыми из них являются следующие:

1. Критерий стоимости - при достижении минимума затрат на реализацию перевозок от поставщиков к потребителям;

2. Критерий временных затрат - рассматривается время перевозок от заказчиков к потребителям и находится наименьшее затрачиваемое время.

В экономических задачах транспортного типа могут быть приведены данные, которые не имеют прямого отношения к транспортировке груза, то показатели и критерии оптимальности могут иметь различный смысл. Сюда может относиться прибыль, расстояние, стоимость, производительность труда и многое другое.

В классическом варианте постановки транспортной задачи предполагается перевозка однотипных товаров от нескольких производителей к потребителям, при этом, для потребителей не имеет значения, от какого именно производителя поступает необходимая продукция. Главным здесь является определение такое распределение груза между потребителями и поставщиками, при котором потребности потребителей будут удовлетворены при наименьших затратах на транспортировку.

Условия данной задачи выглядят следующим образом. Имеется  $n$ -пунктов отправки с заданными объемами производства и  $k$ -пунктов назначения с заданными потребностями. Стоимость перевозки единицы груза от каждого производителя каждому потребителю известны, и записываются в виде матрицы, которая называется матрицей тарифов. Ответ задачи также будем записывать в виде матрицы. Нужно определить количество продукции, перевозимой из  $i$ -го пункта производства в  $j$ -й пункт потребления. Для большего удобства вычислений выписывания ответа матрицу тарифов и перевозок запишем в одной таблице и представлении результатов, матрицы тарифов и перевозок принято записывать в одной таблице, которая имеет название макета транспортной задачи (см. таблицу).

**Макет транспортной задачи**

$a_i$	$b_1$ $b_j$	$b_2$	...	$b_n$
$a_1$	$X_{11}$ $C_{11}$	$X_{12}$ $C_{12}$	...	$X_{1k}$ $C_{1k}$
$a_2$	$X_{21}$ $C_{21}$	$X_{22}$ $C_{22}$	...	$X_{2k}$ $C_{2k}$
...	...	...	...	...
$a_n$	$X_{n1}$ $C_{n1}$	$X_{n2}$ $C_{n2}$	...	$X_{nk}$ $C_{nk}$

Целевая функция имеет вид суммы затрат на перевозки:

$$Z = \sum C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min.$$

Устанавливаются следующие ограничения в задаче:

1. По возможностям поставщиков - не может быть вывезено продукции больше, чем есть в наличии:

$$\sum X_{ij} \leq a_i, \quad i=1, 2, \dots, n$$

2. На необходимость удовлетворения потребительского спроса - не должно быть ввезено продукции меньше, чем требуется:

$$\sum X_{ij} \geq b_j, j=1,2, \dots, k.$$

Помимо этого, вводится обязательное условие неотрицательности переменных, которое исключает обратные перевозки:

$$X_{ij} \geq 0, i=1,2, \dots, n, j=1,2, \dots, k.$$

Транспортные задачи подразделяются на два типа:

1. Закрытые - спрос равен предложению;
2. Открытые - запасы груза превышают потребности или наоборот

В случае открытой транспортной задачи если спрос больше предложения, вводится дополнительный поставщик Во втором случае необходим еще один потребитель. В матрице тарифов в соответствующей строке или столбце ставим 0<sup>4</sup>.

Основной метод для решения транспортных задач, он состоит из следующих этапов:

1. Определение первого (неотрицательного базисного) плана перевозок, в качестве которого может выступать любое неотрицательное решение задачи;

2. Исследование полученного решения на оптимальность, если критерий выполняется, то решение закончено, если нет продолжаем решение заменяя одну из переменных другой Второе решение исследуем по критерию и так до тех пор пока не получим экстремальное решение. Решение завершается в случае выполнения критериев оптимальности;

3. Замена одного неотрицательного решения другим

Рассмотрим несколько методов решения транспортных задач.

1. Заполнение транспортной таблицы начинаем с верхнего угла. В первую клетку ставим максимальное число из соответствующей строки и столбца. Переходим ко второй клетке строки или столбца и так далее пока не вывезем весь груз не удовлетворим все потребности. Данный метод называется методом северо-западного угла<sup>2</sup>.

2. В таблице выбираем клетку с наименьшей стоимостью и заполняем ее. Из оставшихся клеток берем с наименьшим тарифом и так далее пока не исчерпаны все запасы и удовлетворены потребности. Это метод минимальной стоимости. Он считается более эффективным по сравнению с предыдущим методом, поскольку учитывается стоимость перевозок<sup>5</sup>. В случае наличия нескольких одинаковых тарифов, заполняется любой из них.

К критериям оптимальности относятся два: распределительный и метод потенциалов. Наиболее часто используется второй. Он применяется для проверки опорного решения. В случае транспортной задачи число заполненных клеток должно быть  $n+k-1$ . Потенциалы - это числа, которые определяются по заполненным клеткам. Их количество  $n+k$ . Следовательно, имеем уравнений меньше числа переменных. Полученная система уравнений имеет бесконечное множество решений, поэтому один из потенциалов может принимать любое значение, чаще всего первый потенциал берется равным 0. Тогда однозначно находятся остальные числа. Для незаполненных клеток подсчитываем оценки. Они должны быть не положительны. Интересным является случай, когда оценка пустой клетки равна 0 В этих условиях задача имеет бесконечное множество решений и из них можно выбрать то, которое удовлетворяет дополнительным условиям.

Наиболее сложным методом является метод аппроксимации Фогеля. Так как при его использовании требуются большие вычисления, то мы его рассматривать не будем

Как мы уже отмечали, что многие экономические задачи, возникающих перед предприятиями, относятся к задачам транспортного типа. Их целью является разработка наиболее оптимальных путей и способов транспортировки грузов, а также при неоднократных перевозках на большие расстояния снижаются дополнительные расходы

<sup>1</sup> Васильев, Ф. П. Линейное программирование / Ф.П. Васильев, А.Ю. Иваницкий. - М.: Факториал Пресс, 2016. - 352 с.

<sup>2</sup> Гасс, С. Линейное программирование / С. Гасс. - Москва: ИЛ, 2016. - 304 с.

<sup>3</sup> Горчаков А.А., Орлова А.А. Компьютерные экономико-математические модели / А. А. Горчаков, А. А. Орлова. - М.: ЮНИТИ, 2015. - 242 с.

<sup>4</sup> Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности / Г. П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2015. - 616с.

<sup>5</sup> Юдин, Д. Б. Задачи и методы линейного программирования. Задачи транспортного типа / Д.Б. Юдин, Е.Г.Гольштейн. - М.: Либроком, 2016. - 184 с.

## APPLICATION OF TRANSPORT PROBLEMS IN THE ECONOMY

© 2020 Ufimtseva Lyudmila Ivanovna

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

© 2020 Doroginina Yelena Valeryevna

Teacher

Samara State University of Economics

E-mail: dor\_elena@inbox.ru

**Keywords:** cost minimization, the method Northwest corner method, method of potentials, the method of approximation of Vogel.

Any company faces the problem of choosing the most cost-effective route for cargo transportation. To solve this problem, we use a linear programming method called transport problems.

УДК 519.852

Код РИНЦ 06.00.00

## ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В ИНТЕГРАЛЬНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

© 2020 Уфимцева Людмила Ивановна

кандидат физико-математических наук, доцент

© 2020 Дорогинина Елена Валерьевна

преподаватель

Самарский государственный экономический университет

E-mail: dor\_elena@inbox.ru

**Ключевые слова:** интеграл, издержки производства, производственная функция, кривая Лоренца, коэффициент Джинни.